

O TAMANHO DA TERRA - EXPERIÊNCIA DE ERATÓSTENES - UMA ABORDAGEM MODERNA

THE SIZE OF THE EARTH - ERATOSTHENES' EXPERIENCE - A MODERN APPROACH

Cristiano Cancela da Cruz – CENTRO UNIVERSITÁRIO INTERNACIONAL UNINTER
cristiano.c@uninter.com

Resumo. Este artigo tem como objetivo apresentar uma versão moderna do experimento de Eratóstenes, realizado por meio de ferramentas digitais na modalidade EAD, oferecendo uma abordagem inovadora para o cálculo do raio da Terra. Originalmente realizado pelo astrônomo grego em 205 a.C., o experimento buscava comprovar a esfericidade da Terra e medir sua circunferência a partir do comprimento da sombra projetada por uma vareta. Utilizando tecnologias digitais, alunos puderam realizar a experiência de maneira colaborativa e interativa, obtendo resultados consistentes e próximos aos valores da literatura científica, apresentando a medida para o raio da Terra dentro da tolerância esperada. Embora o experimento tenha como limitação a necessidade de ser realizado apenas durante os equinóxios ou solstícios, quando a posição do Sol permite medições precisas, ele representa uma excelente oportunidade de aplicação prática dos conceitos de física e astronomia, além de estimular o pensamento crítico e a investigação científica.

Palavras-chave: Eratóstenes; Ferramentas digitais; EAD; Raio da Terra; Equinóxios.

Abstract. This article aims to present a modern version of Eratosthenes' experiment, conducted using digital tools in the distance learning (EAD) modality, offering an innovative approach to calculating the Earth's radius. Originally performed by the Greek astronomer in 205 B.C., the experiment sought to prove the Earth's sphericity and measure its circumference based on the length of the shadow cast by a stick. Using digital technologies, students were able to carry out the experiment collaboratively and interactively, obtaining consistent results close to scientific literature values, with the Earth's radius measurement within the expected tolerance. Although the experiment has the limitation of being conducted only during equinoxes or solstices, when the Sun's position allows for precise measurements, it provides an excellent opportunity for practical application of physics and astronomy concepts, while stimulating critical thinking and scientific inquiry.

Keywords: Eratosthenes; Digital tools; Distance learning; Earth's radius; Equinoxes.

1 Introdução

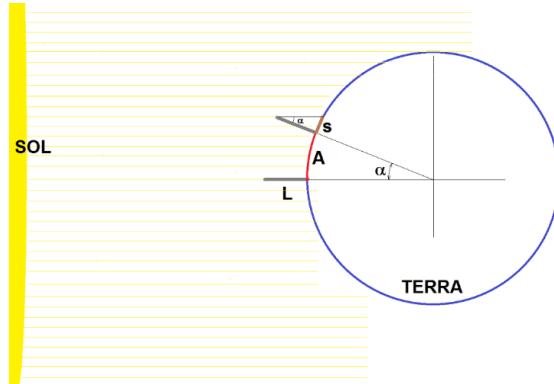
Eratóstenes de Cirene, um dos maiores intelectuais da Grécia Antiga, desafiou os limites do conhecimento de seu tempo ao calcular pela primeira vez a circunferência da Terra, em 205 a.C. Matemático, geógrafo, astrônomo e bibliotecário da famosa Biblioteca de Alexandria, ele usou sua expertise para observar um fenômeno curioso (CREASE, 2006). Ao descobrir que, no Solstício de Verão, o Sol atingia o zênite em Siena (atual Assuã), mas não em Alexandria, Eratóstenes teve uma ideia brilhante: se pudesse medir o ângulo da incidência dos raios de sol e soubesse a distância entre as cidades, poderia calcular o tamanho da Terra. Depois de usar uma simples vareta e medindo o comprimento da sombra para determinar o ângulo e contratar um viajante para medir a distância entre as cidades, ele chegou a um valor impressionantemente preciso para a circunferência da Terra: cerca de 39.250 km, um valor muito próximo ao moderno de 40.075 km. (VINAGRE, 2002). Seu método inovador, que uniu astronomia, matemática, física e geografia, ainda ressoa como uma das maiores descobertas da história da ciência.

Ao replicar o experimento de Eratóstenes atualmente, pode-se utilizar ferramentas digitais para obter informações que permitam calcular o raio do planeta Terra. Mesmo que ainda seja necessário utilizar uma vareta com a medida de sua sombra para determinar o ângulo de inclinação dos raios de sol, a tecnologia permite-nos determinar grandezas importantes para o experimento, como, o horário do meio-dia solar para cada localidade, a distância entre duas cidades, ou para essa abordagem, a distância entre o local onde está sendo feito o experimento até a linha do Equador, no equinócio, ou até o tropico de capricórnio, no solstício.

2 Método de Eratóstenes

Para determinar a circunferência da Terra Eratóstenes partiu do princípio de que os raios do Sol descrevem trajetórias retilíneas e eles chegam até a Terra paralelos entre si. Ao observar o comprimento da sombra da vareta fincada perpendicularmente na Terra em dois lugares distintos ele foi capaz de calcular a circunferência do planeta. Na figura 1 o desenho esquemático mostra a configuração geométrica pensada por ele, no solstício de verão, no dia 21 de junho, no zênite solar, os raios solares atingem a cidade de Assuã, na época Siena, perpendiculars a superfície, ou seja, uma vareta espetada no solo, perpendicular a ele, não projetaria sombra. Ao mesmo instante outra vareta espetada na cidade de Alexandria, também perpendicular ao solo, projetaria sua sombra com um comprimento que poderia ser medido. (VINAGRE, 2002)

Figura 1 – Esquema geométrico das medidas do experimento de Eratóstenes.



Fonte: Autor

Observando a figura 1, a geometria obtida entre a direção dos raios solares a posição da vareta, seu comprimento e a projeção da sombra, onde:

L – Comprimento da vareta fincada perpendicular à superfície da Terra.

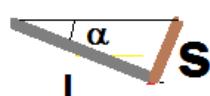
S – Comprimento da sombra da vareta na cidade de Alexandria.

A – Arco da circunferência é a distância entre Siena e Alexandria;

α - Ângulo formado pelos raios de sol e a vareta na cidade Alexandria;

P_c - Perímetro da circunferência da Terra;

Pode-se determinar o ângulo α analisando o triângulo retângulo formado entre a vareta e sua sombra:



Aplicando a trigonometria:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S}{L}$$

Conhecendo-se o comprimento da sombra S e o comprimento da vareta L, pode-se, pela operação inversa da tangente determinar o ângulo α . Pela regra de três simples, o perímetro da circunferência P_c está para distância entre as cidades A, assim como, 360° está para o ângulo α ,

$$P_c \text{ ----- } A$$

$$\alpha \cdot P_c = 360^\circ \cdot A$$

$$360^\circ \text{ ----- } \alpha$$

ou seja:

Rearranjando os termos, o perímetro da circunferência do planeta Terra pode ser determinado pela equação:

$$P_c = \frac{360^\circ}{\alpha} \cdot A$$

Podemos estender o cálculo substituindo o perímetro P_c por, $2\pi R$

Igualando a duas equações

$$2\pi R = \frac{360^\circ}{\alpha} \cdot A$$

Logo, o raio da Terra pode ser determinado por:

$$R_T = \frac{360^\circ \cdot A}{\alpha \cdot 2\pi}$$

Se o ângulo α for expresso em radianos, a fórmula se reduz para:

$$R_T = \frac{A}{\alpha}$$

2.1 Zênite Solar

O zênite é um ponto de referência fundamental nas ciências naturais, especialmente na astronomia, utilizado para a observação do céu. Ele é definido como o ponto situado diretamente acima de um observador em um local específico, formando um ângulo de 90° com o plano horizontal. Para determiná-lo, traça-se uma linha imaginária perpendicular à superfície da Terra a partir do ponto de observação. O termo também pode se referir ao ponto mais alto no céu por onde um objeto celeste passa em sua trajetória aparente. No sistema horizontal de coordenadas astronômicas, o zênite é um dos eixos, e a altura de um objeto é medida em graus a partir do horizonte, sendo sempre 90° no zênite. O zênite solar ocorre quando o Sol está diretamente acima de um ponto na Terra, o que ocorre geralmente ao meio-dia solar, dependendo da declinação solar. Este fenômeno ocorre apenas duas vezes por ano, nas latitudes entre o Trópico de Câncer e o Trópico de Capricórnio.

A latitude em que o Sol atinge o zênite varia ao longo do ano com o movimento de translação da Terra. A declinação do Sol é definida como o ângulo entre os raios solares e o plano do equador da Terra. Devido à inclinação constante do eixo de rotação da Terra em relação ao plano de sua órbita (eclíptica), a declinação solar varia ao longo do ano, seguindo um padrão periódico que dá origem às estações do ano, como mostra a figura 2. Esse ciclo tem um período de um ano, correspondente ao tempo necessário para a Terra completar uma revolução ao redor do Sol. (ANDRADE, 2019).

Quando a projeção do eixo da Terra sobre o plano da eclíptica se alinha com a linha que une os centros da Terra e do Sol, a declinação solar atinge seu valor máximo, que atualmente é de $23^\circ 27'$. Esse fenômeno ocorre duas vezes por ano, nos solstícios: no solstício de junho (verão no hemisfério norte), a declinação é $+23^\circ 27'$, e no solstício de dezembro (verão no hemisfério sul), é $-23^\circ 27'$. Nestes dias, o Sol incide diretamente sobre o Trópico de Câncer e o Trópico de Capricórnio, respectivamente. (FILHO; SARAIVA, 2011).

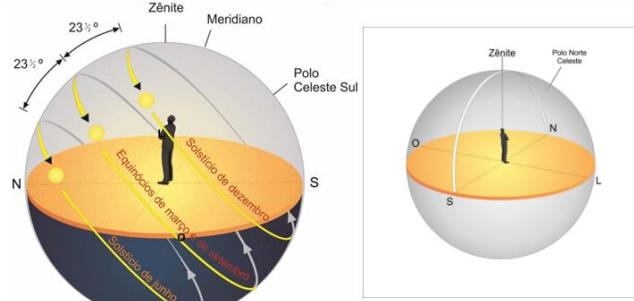
Figura 2 – Solstício de junho (verão no hemisfério norte), Solstício de dezembro (verão no hemisfério sul)



Fonte: Adaptado de <http://astro.if.ufrgs.br/tempo/mas.htm>

Durante os equinócios, quando a projeção do eixo terrestre sobre o plano da órbita é perpendicular à linha que une os centros da Terra e do Sol, o ângulo entre os raios solares e o plano do equador é nulo, resultando em uma declinação solar de 0° . Isso ocorre nos equinócios de março e setembro, quando o Sol parece transitar entre os hemisférios, atingindo o zênite sobre a linha do equador.

Figura 3 – Equinócios de março e setembro



Fonte: UFRGS - <http://astro.if.ufrgs.br/tempo/mas.htm>

3 Procedimento experimental

O experimento de Eratóstenes, classificado como um dos dez mais belos experimentos científicos, é um dos primeiros experimentos de uma tentativa de medir o planeta Terra (CREASE, 2006). Esse experimento possui duas medidas essenciais para calcular a circunferência da Terra. Vamos explorar como ele fez isso de forma inovadora para a sua época e como esse experimento pode ser realizado atualmente utilizando tecnologias digitais.

3.1 Medida da distância entre dois pontos

No experimento original para determinar a circunferência da Terra, a medida da distância entre as cidades de Alexandria e Siena, foi uma parte crucial do cálculo. Embora Eratóstenes não tivesse ferramentas de medição modernas, ele usou fontes de informação disponíveis na época, bem como um método de estimativa razoável, para determinar essa distância. A forma exata de como ele fez isso não é completamente documentada, mas existem algumas possibilidades baseadas no conhecimento e recursos de sua época, é provável que ele tenha combinado as fontes de dados da época, como itinerários comerciais e relatos de viajantes, para chegar a uma estimativa precisa o suficiente para seu experimento. (VINAGRE, 2002). A distância entre Alexandria e Siena era aproximadamente 800 km, e esse valor foi essencial para o sucesso de seu cálculo da circunferência da Terra. Hoje em dia, a tecnologia digital oferece várias maneiras precisas e rápidas de determinar a distância entre duas cidades. As ferramentas digitais são extremamente úteis para medir distâncias de forma eficiente, sem a necessidade de cálculos manuais ou estimativas imprecisas. Dependendo da necessidade, você pode escolher diferentes ferramentas digitais. Ferramentas como *Google Maps* e sistemas de navegação *GPS* são ótimas para calcular distâncias práticas e rotas, enquanto fórmulas como a de *Haversine* ou softwares de geoprocessamento são ideais para cálculos mais técnicos e precisos.

Neste experimento os alunos foram orientados a realizar a medida utilizando o *Google Maps*, as orientações foram dadas na forma de vídeos e texto, seguindo o seguinte procedimento.

No *Google Maps*, <https://www.google.com.br/maps>, deve-se digitar e localizar o endereço do local onde o experimento será realizado para encontrar a latitude e longitude, ao clicar com o botão direito do mouse no mapa, na localização determinada, abre-se uma pequena janela, a numeração que aparece na primeira linha corresponde aos dados de latitude e longitude. Com isso, ao clicar nessa linha, os valores de latitude e longitude na forma decimal são copiados para a área de transferência.

Ainda utilizando as ferramentas do *Google Maps*, deve-se clicar com o botão direito do mouse no mapa no local determinado e selecionar a ferramenta, “Medir distância”, irá aparecer um ponto inicial da medida, esse ponto deve estar sobre o local onde o experimento será realizado. Ao diminuir o zoom do mapa gradativamente será possível visualizar a linha do equador, uma linha tracejada dividindo os hemisférios Norte e Sul. Quando visualizar a linha do Equador, deve-se clicar em um ponto sobre a linha posicionando o ponto final da ferramenta de medir distância, esse ponto deve estar localizado na mesma longitude do ponto em que marca a localização do experimento. Agora, basta anotar a medida da distância do local do experimento até a linha do Equador.

3.2 Horário do meio-dia solar

O meio-dia solar ocorre quando o Sol alcança o ponto mais alto no céu, ou o meridiano local de uma cidade ou local específico. Nesse momento, o Sol está no ponto de máxima altura em relação ao horizonte. Isso ocorre devido ao movimento aparente do Sol ao longo do dia e está diretamente relacionado à posição da Terra em relação ao Sol. Para o experimento de Eratóstenes, esse é o momento ideal para se medir a sombra de um objeto vertical com mais precisão.

Para determinar a hora do meio-dia solar pode-se utilizar o site *NOAA Solar Calculator*, pelo link: <https://gml.noaa.gov/grad/solcalc/>

Na página aberta, no quadro inferior, identificado por *Location*, deve-se digitar os valores de latitude e longitude do local onde o experimento será realizado nos respectivos quadros. Esses valores foram obtidos no *Google Maps*.

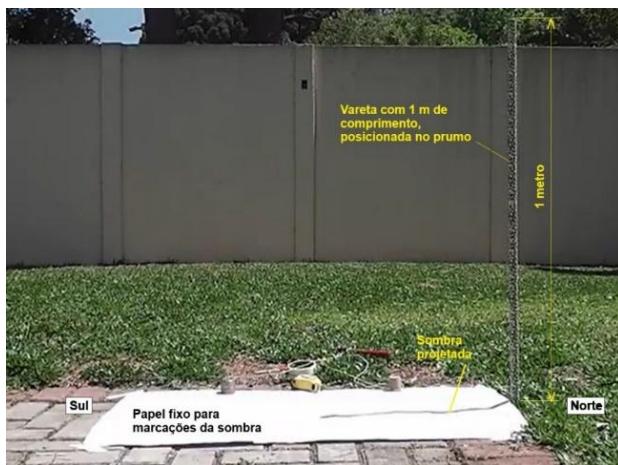
No quadro *Time Zone*, deve-se selecionar a opção *America/SãoPaulo*, em seguida, no quadro ao lado, *Date*, inserir a data que será realizado o experimento, dia, mês e ano.

No quadro abaixo, onde encontram-se os resultados, pode-se identificar o quadro *Solar Noon*, que apresenta o horário do zénite solar.

3.3 Medida do comprimento da sombra da vareta

Para não perder o momento da medida, que deve ser ao meio-dia solar no dia do equinócio, tudo deve ser preparado antecipadamente, determinar o local onde o experimento será realizado, selecionar o material (vareta com 1 metro de comprimento depois de espetada no solo, prumo para colocá-la exatamente na vertical, trena para medir o tamanho da sombra, papel para projetar a sombra e fazer a marcação do comprimento da sombra), relógio sincronizado com o horário de Brasília para verificar o horário do meio-dia solar local. Recomenda-se estar com o equipamento montado conforme a figura 4, com a vareta espetada exatamente no prumo, ou seja, verticalmente alinhado com o vetor da aceleração da gravidade e o papel, fixo ao solo na orientação norte – sul, pelo menos 10 minutos antes do horário do meio-dia solar determinado para o local.

Figura 4 – Montagem vareta e papel para o experimento de Eratóstenes



Fonte: CRUZ (2018)

Durante os 10 minutos que antecedem o horário do meio-dia solar e os 10 minutos após, recomenda-se marcar no papel a cada 2 minutos a evolução da altura da sombra da vareta, fazendo pequenas marcações e anotando o horário, a principal marcação deve ser feita exatamente ao meio-dia solar determinado, esse será o momento em que se tem a menor sombra projetada.

Após realizar o experimento deve-se anotar todas as medidas realizadas e depois preencher a planilha de dados no *Google Docs*, pelo link: http://bit.ly/Experiencia_eratostenes, informando:

- Seu Nome e RU
- O local do experimento – nome da cidade
- A latitude e longitude (na forma decimal, NÃO em graus o, minutos ‘e segundos”)
- Tamanho da sombra em metros – medida feita no momento do experimento ao meio-dia solar local.
- Comprimento da vareta em metros – deve ser de 1 metro depois de fincada no solo.
- Horário do meio-dia solar - Para determinar a hora do meio-dia solar utilize o site *NOAA Solar Calculator*, veja o link: <https://gml.noaa.gov/grad/solcalc/>
- Distância do local do experimento até a linha do Equador em Km medida no *Google Maps*.

4. Análise e resultados

O experimento de Eratóstenes utilizando ferramentas digitais foi conduzido em três turmas distintas dos cursos de engenharia, com variação nas condições de participação e no momento do ano em que foram realizados, por isso as datas escolhidas pertencem ao equinócio de março e solstício de dezembro, o que possibilitou uma análise comparativa das respostas dos alunos sob diferentes circunstâncias. A seguir, apresentam-se os resultados de cada um dos três experimentos, considerando tanto a quantidade de interações e participação quanto os dados experimentais obtidos.

4.1 Experimento 1: Turma de 134 alunos (Fórum - Equinócio - Linha do Equador)

No primeiro experimento, realizado em uma turma de 134 alunos, a participação foi facultativa, sendo proposta através de um fórum no ambiente virtual de aprendizagem. Durante o período de realização, o fórum recebeu 190 interações, das quais 51 alunos participaram ativamente, mas apenas 16 realizaram o experimento, contribuindo com cálculos, análises e discussões sobre o fenômeno astronômico do equinócio. Devido à época do ano, início do ano letivo, o equinócio de março foi escolhido como data para coleta das medidas, sendo, portanto, o ponto de referência a linha do Equador. Os dados obtidos neste experimento estão apresentados na Tabela 1, e revelam a relação entre a medição da sombra, horário do meio-dia solar, a distância até a linha do Equador, o ângulo calculado pela relação sombra x comprimento da vareta e a latitude e longitude dos locais de observação, com o objetivo de calcular a circunferência da Terra, conforme proposto no método. Os alunos eram estimulados a tirar fotos no momento do experimento e a gravar pequenos vídeos, os quais poderiam ser encaminhados no fórum.

Tabela 1 - Resultados da primeira turma

CIDADE	LATITUDE	LONGITUDE	SOMBRA(m)	VARETA(m)	MEIO-DIA	DISTÂNCIA	ÂNGULO (rad)	RAIO
Curitiba	-25.432.713	-49.274.605	0,492	1	12:09:00	2824,56	0,457227151	6177
Chapadinha	-3.733.629	-43.338.414	0,08	1	11:46:00	416,83	0,079829986	5221
Ponta Grossa	-25.097.430	-50.170.247	0,495	1	12:13:00	2778,46	0,459639614	6044
Canoas	-29.880.592	-51.161.088	0,56	1	12:17:00	3280,96	0,510488322	6427
Uruguaiana	-29.757.683	-57.080.098	0,59	1	12:41:00	3321,82	0,53303411	6231
Manaus	-3.095.894	-60.028.330	0,06	1	12:52:00	371,29	0,059928155	6195
Cotia	-23.605.955	-46.918.407	0,41	1	12:00:00	2612,95	0,389097231	6715
Araraquara	-21.794.600	-48.176.600	0,43	1	12:27:00	2412,88	0,406098058	5941
Sinop	-11.886.524	-55.505.755	0,26	1,21	11:32:00	1326	0,211657667	6264
Junqueirópolis	-21.514.315	-51.431.269	0,41	1	12:18:00	2374,09	0,389097231	6101
Flores da Cunha	-29.097.973	-51.182.495	0,549	1	12:00:00	3232,25	0,502075132	6437
Assis	-22.647.986	-50.401.974	0,41	1	12:14:00	2513,71	0,389097231	6460
Santa Cruz	-6.229.650	-36.013.396	0,12	1,2	11:16:00	662,28	0,099668652	6644
Macapá	0	-51.079.843	0	1	12:17:00	0	0	nulo
Garça	-22.215.278	-49.651.111	0,46	1	12:06:00	2461,18	0,431138741	5708
Porto Alegre	-30.013.617	-51.156.598	0,665	1,15	12:17:00	3313,1	0,524281457	6319
							Raio médio (Km)	6192

Fonte: Autor

4.2 Experimento 2: Turma de 202 alunos (Fórum - Solstício - Trópico de Capricórnio)

No segundo experimento, realizado com uma turma de 202 alunos, também foi utilizado o fórum como plataforma para a proposta experimental, com 200 interações registradas. Similar ao primeiro experimento, a participação foi voluntária, também poderiam tirar fotos e gravar vídeos e anexar ao fórum, mas desta vez o experimento foi conduzido no momento do solstício, com o ponto de referência sendo o Trópico de Capricórnio. Ao todo, vinte e três alunos participaram ativamente, realizando medições e discutindo as implicações do solstício no cálculo do raio da Terra. Os dados obtidos neste experimento, apresentados na Tabela 2, permitiram uma comparação entre a medição no Trópico de Capricórnio e a linha do Equador, oferecendo uma perspectiva adicional sobre a variabilidade das medições conforme a localização geográfica.

Tabela 2 - Resultados da segunda turma

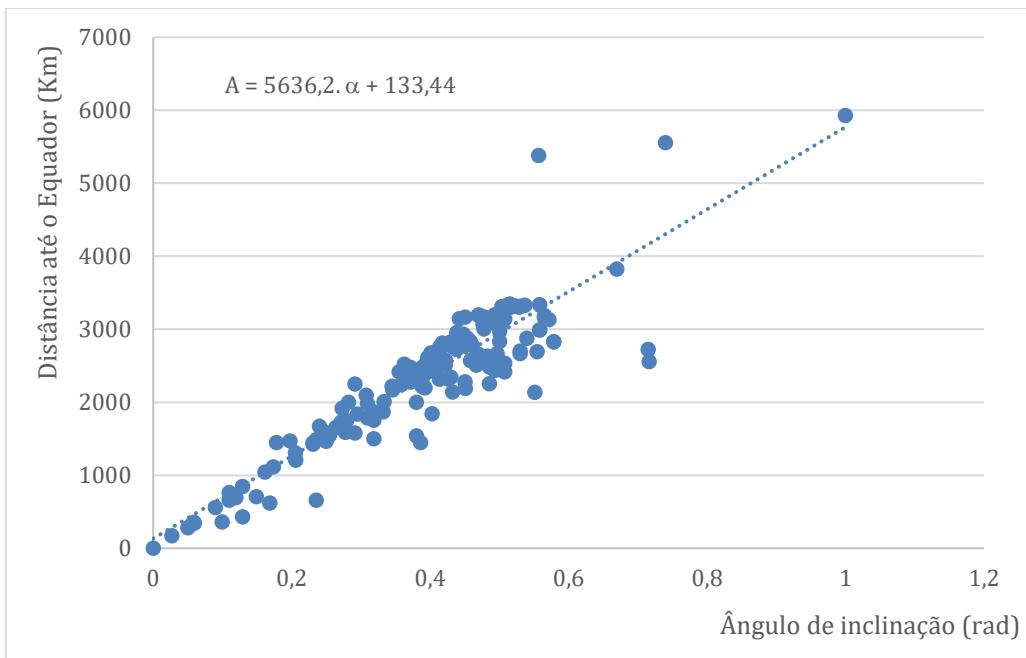
CIDADE	LATITUDE	LONGITUDE	SOMBRA(m)	VARETA(m)	MEIO-DIA	DISTÂNCIA	ÂNGULO (rad)	RAIO (Km)
Siderópolis	285.858.056	-49.423.999	0,095	1	11:15:00	568.992,33	0,094715746	6007,36
Floriano	-67.702.520	-43.042.515	0,281	1	11:50:00	1.845.750,50	0,273935762	6737,89
Curitiba	-25.432.428	-49.275.471	0,036	1	1:15:00	219309,91	0,03598446	6094,57
Ilha Solteira/SP	-22.511.115	-52.379.293	0,055	1,01	1:23:00	346000	0,054401714	6360,09
Curitiba	-25.432.577	-49.275.646	0,03	0,822	1:15:00	219309,19	0,036480159	6011,73
Jauru - MT	-15.381.783	-58.831.644	0,145	1	1:45:00	897.591,00	0,143996422	6233,42
Jauru - MT	-15.381.645	-58.831.694	0,15	1	1:47:00	897.601,00	0,148889948	6028,62
Jauru - MT	-15.342.557	-58.869.763	0,145	1	1:53:00	975003,1	0,143996422	6771,02
Jauru MT	-15.381.783	-58.831.644	0,143	1	1:45:00	900.000,00	0,142037052	6336,37
Jauru-MT	-15.381.647	-58.831.694	0,15	1	1:46:00	893.359,69	0,148889948	6000,13
Uberaba	-19.744.680	-47.900.444	0,064	1	9:10:00	410.261,34	0,063912833	6419,07
Campo Mourão	-24.043.090	-52.379.293	0,0108	1	1:28:00	65438,21	0,01079958	6059,32
Bauru	-22.292.000	-49.078.362	0,02	1	1:14:00	128331,01	0,019997334	6417,40
Pacajus	-41.677.840	-38.451.369	0,42	1	12:32:00	2.136.569,08	0,397627992	5373,28
Urussanga - SC	-28.522.633	-49.319.873	0,09	1	1:15:00	561977,17	0,089758174	6261,01
Araranguá - SC	-28.910.118	-49.332.508	0,085	1	1:16:00	604719,32	0,084796175	7131,44
Pinhais - PR	-254.461.352	-491.703.781	0,04	1	1:15:00	219.517,41	0,039978687	5490,86
Rio Piracicaba	-19.924.010	-43.171.698	0,058	1	12:51:00	393.799,82	0,057935094	6797,25
Rio das Ostras	-22.511.115	-41.936.693	0,016	1	12:46:00	103.988,37	0,015998635	6499,82
Portão	-29.702.724	-51.201.677	0,11	1	1:23:00	692.800,37	0,109559527	6323,50
Timóteo	-19.540.697	-42.638.273	0,074	1,1	12:49:00	432.796,81	0,067171518	6443,15
Porto Velho	-8.785.120	-63.902.027	0,27	1	1:14:00	1.622.898,38	0,263711834	6154,05
D. Canabarro	-28.388.176	-51.844.009	0,079	1	1:26:00	546955,69	0,078836266	6937,86
								Raio médio
								6299,52

Fonte: Autor

4.3 Experimento 3: Turma de 352 alunos (Avaliação Prática - Equinócio - Linha do Equador)

O terceiro experimento, realizado com uma turma de 352 alunos, teve uma abordagem diferente, pois a participação foi obrigatória, sendo parte de uma avaliação prática. Neste caso, 184 alunos participaram do experimento, realizando medições, análises e discutindo as implicações dos dados obtidos durante o equinócio, com a linha do equador como ponto de referência. A participação no fórum foi efetiva, com 196 interações, o experimento foi realizado nas mesmas condições do primeiro experimento, mas com uma amostra significativamente maior de participantes. Devido à grande quantidade de dados, os resultados obtidos estão apresentados no Gráfico 1, ele expressa a distância até a linha do Equador em função do ângulo de inclinação do sol, o coeficiente angular da equação desse gráfico representa o raio da Terra, $R_T = 5636$ Km, permitindo uma análise mais robusta sobre a precisão das medições realizadas por um número maior de alunos. A apresentação de fotos ou vídeos foi obrigatória, fazendo parte da avaliação.

Gráfico 1 - Resultados da terceira turma



Fonte: Autor

4.4 Comparação dos Resultados

A comparação entre os três experimentos revela uma variação tanto na participação dos alunos quanto nas condições experimentais. No primeiro, realizado no equinócio e segundo experimentos, realizado no solstício, a participação voluntária resultou em menos contribuições ativas, com 16 e 23 participantes, respectivamente. Em contrapartida, no terceiro experimento, onde a participação foi obrigatória, 184 alunos contribuíram para a realização do experimento, o que proporcionou uma maior diversidade de dados.

Em relação aos resultados experimentais, as medições obtidas nos três grupos mostraram uma boa concordância com os valores teóricos do raio do planeta Terra, 6.378 km, com pequenas variações atribuíveis principalmente à precisão das medições realizadas pelos alunos e às condições ambientais de cada local. Observa-se que locais onde a distância até o ponto de referência, linha do Equador ou Trópico de Capricórnio, são menores, o erro no resultado é maior, isso ocorre pois nesses locais o tamanho da sombra projetada é menor, dificultando a precisão na medida devido aos efeitos de sombra e penumbra.

A Tabela 1 mostra as medições realizadas durante o equinócio com a linha do Equador como ponto de referência, enquanto a Tabela 2 apresenta os dados do solstício com o Trópico de Capricórnio. O gráfico 1, por sua vez, reúne os resultados obtidos durante o experimento realizado no equinócio com a linha do Equador, com uma amostra maior de participantes, esperava-se maior precisão nas estimativas do raio do planeta Terra, o que não ocorreu.

4.5 Imagens que registram o experimento

O experimento foi realizado de forma notável por nossos alunos. Ao longo do processo, os participantes não apenas se envolveram com a matemática e a ciência por trás do experimento, mas também se conectaram profundamente com a natureza e com a aprendizagem prática. As fotos e vídeos enviados por eles, como evidenciado na Figura 5, mostram momentos de intensa interação: os alunos, ao ar livre, em contato com amigos ou familiares, enquanto desenvolviam seus próprios equipamentos e utilizavam instrumentos de medição e calibração com habilidade.

Figura 5 – Fotos enviadas pelos alunos

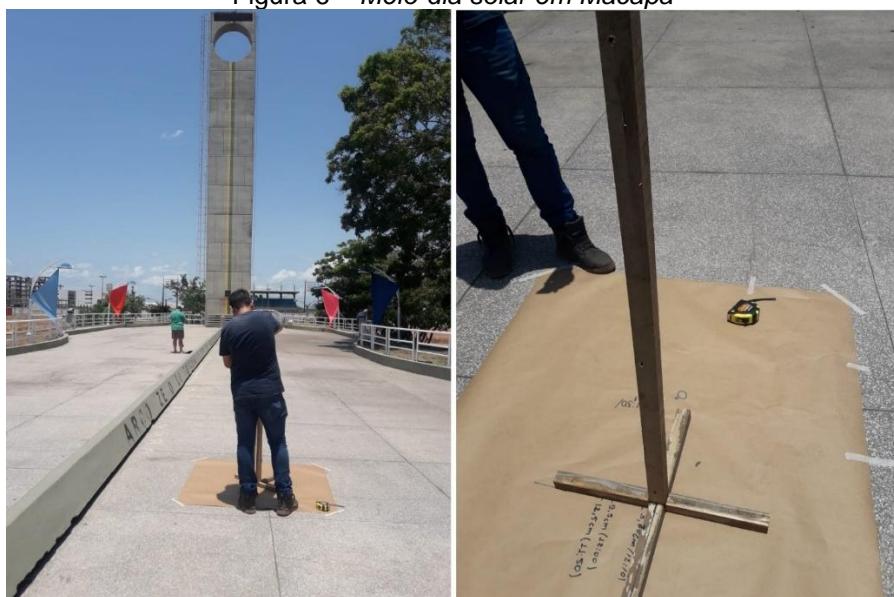


Fonte: Autor

Esses registros não são apenas uma documentação do aprendizado prático, mas também representam o despertar do senso científico e de observação crítica. Ao manipular os materiais e ajustar os instrumentos, os estudantes estavam, na verdade, construindo um conhecimento que transcende a simples teoria, criando uma experiência tangível e significativa.

Entretanto, a imagem mais marcante entre todas é a Figura 6, enviada por um aluno que estava na cidade Macapá, próximo à linha do Equador. Nesta localização, o experimento demonstrou algo que só pode ser observado em determinadas regiões do planeta: a ausência de sombra no momento exato do equinócio e do zênite solar. Este fenômeno, único e impressionante, ocorre devido à posição geográfica de Macapá, onde, no meio-dia solar, a luz do Sol incide verticalmente sobre o local, não projetando sombra. A fotografia, que captura este momento singular, revela um cenário pouco comum para a maioria das pessoas, uma vez que em algumas latitudes do planeta o Sol nunca atinge tal posição, fazendo com que a sombra nunca desapareça completamente.

Figura 6 – Meio-dia solar em Macapá



Fonte: Autor

Este tipo de experiência não só intensifica a compreensão dos alunos sobre o mundo que os cerca, mas também reforça a importância da observação e do método científico. Observar fenômenos naturais de maneira tão direta e envolvente é uma oportunidade rara, e nossos alunos puderam vivenciar algo que poucos têm a chance de presenciar em suas vidas cotidianas. Eles não apenas aprenderam sobre a Terra e seu formato, mas também sentiram o impacto da ciência em tempo real, transformando a sala de aula em um verdadeiro laboratório ao ar livre.

5 Participação e comentários no fórum

O fórum de discussão sobre o experimento de Eratóstenes revelou a imensa motivação e o entusiasmo dos alunos, refletindo a importância dessa experiência prática em seu aprendizado. As mensagens deixadas pelos estudantes mostram não apenas o fascínio pelo conteúdo científico, mas também a valorização da metodologia de ensino que envolve o contato direto com a prática e a natureza.

Um dos pontos mais destacados foi o reconhecimento da genialidade de Eratóstenes, que, mesmo com recursos limitados e sem a tecnologia disponível atualmente, foi capaz de realizar um feito extraordinário. Um aluno expressou isso de forma simples, mas profunda:

"Muito legal a experiência, impressionante a força de vontade e o conhecimento de Eratóstenes, naquele tempo e com poucos recursos, conseguir tal feito, foi um Ser Humano diferenciado mesmo."

Outro comentário destacou o espanto diante da simplicidade do experimento, que, ao ser descomplicado em sua execução, ainda assim gera resultados tão precisos:

"O surpreendente é chegar em uma medida com essa precisão, mesmo sem usar nenhum equipamento High-Tech, apenas um pedaço de madeira, trena, papel e caneta."

A relação com a matemática e a física também foi uma constante nas mensagens dos alunos, que se surpreenderam ao perceber como cálculos simples, como a trigonometria e a regra de três, poderiam nos levar a estimativas tão impactantes, como o perímetro da Terra. Um dos alunos refletiu sobre isso dizendo:

"Basta ter uma vara espetada no solo que esteja perpendicular a este e vamos tirando diversas medições da sombra que o Sol irá produzir nessa vara... Com alguns cálculos muito simples, conseguimos determinar o ângulo de incidência dos raios solares e estimar o perímetro da Terra. Fico pensando e vejo como o povo de antigamente fazia tanta coisa com pouco, imagina se eles tivessem a tecnologia que temos hoje."

A importância da vivência prática também foi um ponto recorrente. Para muitos, o experimento foi uma forma de reforçar a conexão entre teoria e prática, lembrando experiências passadas com professores que incentivavam esse tipo de aprendizagem. Como relatou um aluno:

"Recordo do meu professor de aritmética da 7ª série, fissurado em experimentos e aplicações práticas de teorias e teoremas... É um experimento simples de ser feito. Gostaria de repeti-lo, pois hoje acho muito interessante comprovarmos na prática o que estudamos em sala."

Além disso, o contato com a natureza e o momento ao ar livre foram destacados com entusiasmo. Para alguns, o experimento proporcionou momentos de descontração, mas também de reflexão sobre o potencial humano e científico.

"Gostei muito da execução do experimento, pois além da aprendizagem, proporcionou momentos de descontração ao ar livre."

Uma das mensagens mais impactantes foi em relação a imagem enviada pelo aluno em Macapá, que, ao estar exatamente sobre a linha do Equador, teve a oportunidade de observar a ausência de sombra durante o equinócio, um fenômeno único e de grande valor científico. O simples fato de ver e documentar isso gerou um grande sentido de pertencimento e orgulho da experiência.

"Muito bacana o experimento, ainda mais podendo observar as fotos que o colega mandou, bem em cima da linha do equador."

As contribuições de alunos de diferentes partes do Brasil também mostraram a riqueza da experiência e a conexão que o experimento proporcionou. Um aluno do Rio Grande do Sul comentou sobre a sabedoria dos povos antigos, refletindo sobre como esses conhecimentos ancestrais ainda são relevantes e extraordinários até hoje:

"Sou do Rio Grande do Sul. Também fico impressionado como os povos antigos descobriram tantas inovações praticamente sem tecnologia nenhuma. Povos que realmente observavam o Universo e tiravam várias conclusões importantíssimas para o mundo atual."

Por fim, as mensagens foram carregadas de gratidão, com muitos alunos expressando a importância dessas atividades práticas no desenvolvimento do seu aprendizado e sua motivação para a ciência e engenharia. Como um aluno disse:

"Creio que um dos principais motivos que todos tivemos para escolher a engenharia como curso é exatamente a possibilidade de se espantar com a possibilidade de criarmos algo novo partindo das teorias matemáticas, físicas e tantas outras ciências."

Essas mensagens não apenas refletem a empolgação e o aprendizado dos alunos, mas também demonstram como a prática do experimento de Eratóstenes, ainda que simples, é capaz de despertar curiosidade, reflexão e uma profunda apreciação pela ciência.

6 Conclusão

O experimento de Eratóstenes realizado com o uso de tecnologias digitais proporcionou uma experiência enriquecedora tanto no aspecto científico quanto pedagógico. Os alunos não apenas adquiriram conhecimento sobre astronomia, geometria e termos técnicos como zênite, equinócio e solstício, mas também desenvolveram habilidades práticas em medidas, calibração e construção de instrumentos. Além disso, a atividade promoveu interação com a natureza, integração entre colegas e participação de familiares, ampliando os horizontes do aprendizado para além da sala de aula.

Os resultados obtidos para o raio da Terra pelas três turmas demonstraram variações interessantes: em comparação ao valor apresentado pela literatura, 6.378 km, enquanto as duas primeiras turmas apresentaram erros percentuais relativamente baixos, 2,9% e 1,23%, respectivamente, a terceira turma, que contou com maior número de participantes e participação obrigatória, apresentou um erro percentual maior 6%. Esses resultados destacam não apenas a precisão do método quando bem executado, mas também a importância do engajamento e do cuidado na realização do experimento.

Apesar de alguns desvios nos resultados, o principal valor do experimento reside na sua contribuição para o desenvolvimento de competências práticas e cognitivas dos alunos. A construção e calibração dos equipamentos, a realização de medidas precisas e a aplicação de roteiros científicos reforçam a aprendizagem de conceitos fundamentais da ciência, além de estimular o pensamento crítico e a curiosidade científica. Dessa forma, o uso de tecnologias digitais no contexto do experimento de Eratóstenes mostrou-se uma ferramenta poderosa para integrar teoria e prática, promovendo uma educação mais dinâmica e significativa.

Agradecimentos

Gostaria de expressar o mais profundo agradecimento aos alunos que participaram do experimento de Eratóstenes. O empenho demonstrado na preparação dos equipamentos e a dedicação em realizar as medidas nos dias de equinócio e solstício foram essenciais para o sucesso desta atividade. A curiosidade científica e o comprometimento de vocês com cada etapa do experimento são um verdadeiro exemplo de engajamento e entusiasmo pelo aprendizado.

Agradeço também à UNINTER, que ofereceu o suporte necessário para a realização do experimento, disponibilizando recursos e criando um ambiente propício para a educação científica. O reconhecimento se estende aos profissionais que contribuíram com as gravações de vídeos,

capturando momentos importantes e tornando possível a documentação e compartilhamento desta experiência.

Por fim, expresso minha gratidão aos coordenadores e professores pelo apoio e incentivo ao longo de todo o processo. A colaboração e o trabalho em equipe foram fundamentais para a concretização deste projeto, que vai além da sala de aula e deixa um legado significativo no aprendizado e desenvolvimento de todos os envolvidos.

Muito obrigado a todos que tornaram este experimento uma experiência inesquecível e transformadora.

Referências

FILHO, Kleber de Souza Oliveira e SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. Sistemas de Coordenadas, c2024. Página inicial. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/coord.htm#meridiana>. Acesso em: 14 de dez. 2024

FILHO, Kleber de Souza Oliveira e SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. Sistemas de Coordenadas, c2011. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/tempo/mas.htm>. Acesso em: 14 de dez. 2024

BlaBlaLogia. O que é solstício e equinócio? - Quer Que Desenhe 8. YouTube, 19 de setembro 2016. 5min40s. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=fiqAyKOmoEI>. Acesso em: 14 de dezembro de 2024.

QuerQueDesenhe. Quer que desenhe? Eratóstenes. YouTube, 30 de novembro 2013. 4min09s. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=wiYE6tVUpXg>. Acesso em: 14 de dezembro de 2024.

Cristiano Cruz. EXPERIMENTO DE ERATÓSTENES. FaceBook, 24 de setembro 2018. 6min29s. Disponível em: <https://www.facebook.com/cristiano.cruz.9843/videos/2046573502072814/>. Acesso em: 14 de dezembro de 2024.

ANDRADE, Tomé. Zénite Solar (Conceito, Definição, Significado, O que é), c2019. Disponível em: <https://knoow.net/cienciterravida/geografia/zenite-solar/>. Acesso em: 14 de dez. 2024

Global Monitoring Laboratory. NOAA Solar Calculator. Disponível em: <https://gml.noaa.gov/grad/solcalc/>. Acesso em: 14 de dez. 2024

SunEarthTools.com. Ferramentas para designers e consumidores de energia solar. Disponível em: <https://www.sunearthtools.com/pt/tools/distance.php#top>. Acesso em: 14 de dez. 2024

RIZZATO, Fernanda Bührer. Imática – A Matemática Interativa na Internet, c2001. Disponível em: https://www.matematica.br/historia/medida_raio_terra.html. Acesso em: 14 de dezembro 2024

VINAGRE, André Luiz Mendes. Eratóstenes e a Medida do Diâmetro da Terra. Unicamp, 2002. Disponível em: https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem2_2002/940298_AndreVinagre_Eratostenes.pdf. Acesso em: 05 de agosto 2018

CREASE, Robert P. Os 10 mais belos experimentos científicos. Rio de Janeiro: Zahar, 2006.

LASKY, Kathryn. O Bibliotecário que Mediu a Terra. Rio de Janeiro: Salamandra, 2001.